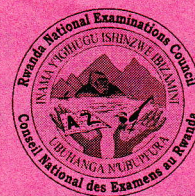


Mathématiques III

124

03 Nov. 2010 08h30 - 11h30

RWANDA NATIONAL EXAMINATIONS COUNCIL



P. O. BOX 3817 KIGALI -TEL/FAX 586871

EXAMEN NATIONAL DE FIN D'ETUDES SECONDAIRES 2010

EPREUVE : MATHEMATIQUES III

- OPTIONS :**
- **CONSTRUCTION : COF**
 - **COUPE-COUTURE : CCF**
 - **ELECTRICITE : ELF**
 - **ELECTRONIQUE-INFORMATIQUE : EIF**
 - **ELECTRONIQUE-TELECOMMUNICATION : ETF**
 - **INFORMATIQUE : INF**
 - **MECANIQUE AUTOMOBILE : MAF**
 - **MECANIQUE GENERALE ENTRETIEN : MGF**
 - **MENUISERIE : MEF**
 - **TRAVAUX PUBLICS : TPF**

DURÉE : 3 HEURES

INSTRUCTIONS :

L'épreuve comprend **deux** sections : **A** et **B**.

Section A : Essayez de répondre à **toutes** les questions. **(55 points)**

Section B : Essayez de répondre à **trois** questions au choix. **(45 points)**

L'usage individuel des instruments de géométrie et calculatrices non programmables est autorisé.

SECTION A : Essayez de répondre à toutes les questions. (55 points)

01. Résolvez, dans IR, l'inéquation : $|3 - 5x| < 2$. (2 points)
02. Démontrez que $\cos 3a = 4\cos^3 a - 3\cos a$. (3 points)
03. On donne deux vecteurs $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ et $\vec{w} = 6\vec{i} - 9\vec{j}$.
Ces vecteurs sont-ils colinéaires ? (3 points)
04. Soit le triangle (a, b, c) avec a(2 ; 4 ; 2) ; b(-1 ; -3 ; 4) et c(2 ; 5 ; 6).
Déterminez les coordonnées du centre de gravité de ce triangle. (3 points)
05. Résolvez, dans IR, l'équation $\tan 2x \tan x = 1$. (4 points)
06. Déterminez la limite suivante :
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{(1+x)^3} - 1}{x}$$
 . (4 points)
07. Trouvez le centre et le rayon de la sphère dont l'équation est : $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 8y + 6z - 7 = 0$. (3 points)
08. Donnez l'équation du plan α perpendiculaire à $\vec{u} = (1; -2; 3)$ et passant par A(-3 ; -1 ; 2). (3 points)
09. Les trois nombres (3x-3) ; (x+4) ; (5x+2) lus dans cet ordre constituent une progression géométrique.
Déterminez les valeurs numériques de ces trois nombres. (6 points)
10. Déterminez la limite suivante :
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{3n}\right)^n$$
 . (4 points)
11. Déterminez la fonction dérivée de la fonction f définie par $f(x) = \sin x \cos^2 x$ et exprimez $f'(x)$ en fonction de $\cos x$. (3 points)
12. Calculez l'aire du parallélogramme construit sur les vecteurs $\vec{a} = 6\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ et $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$. (4 points)
13. Calculez : $\int \frac{dx}{x^2 - 2x}$. (4 points)

14. Calculez l'intégrale suivante : $I = \int_1^2 \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^2} dx$. (4 points)

15. Calculez l'aire du domaine compris entre les courbes d'équations $y=0$ et $y=-x^2+3x$. [Unité sur les axes des coordonnées : 1cm]. (5 points)

SECTION B : Essayez de répondre à 3 questions au choix. (45 points)

16. Résolvez, dans \mathbb{C}^2 , le système suivant :

$$\begin{cases} (1+i)z - iz' = 2+i \\ (2+i)z + (2-i)z' = 7-4i \end{cases} \quad (15 \text{ points})$$

17. Un tableau statistique se présente comme suit :

x_i	y_i
-5	33
-1	25
3	17
10	3
13	-3

(15 points)

1°) Trouvez le coefficient de corrélation linéaire entre les variables x et y .

2°) Déterminez l'équation de la fonction de régression permettant d'estimer y à partir de la connaissance de x .

3°) Construisez la représentation graphique du nuage de points et de la fonction de régression.

18. A) Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x+2}{e^x}$.

1°) Démontrez que la fonction F définie sur \mathbb{R} par

$$F(x) = -\frac{x+3}{e^x} \text{ est une primitive de } f.$$

(15 points)

2°) Déterminez la primitive G de f qui vérifie $G(0)=0$.

B) Résolvez, dans \mathbb{R} , l'équation $\ln(x-3)+\ln(x-1)=\ln(2x+3)$, où \ln est le logarithme népérien.

19. On considère les deux intégrales

$$A = \int_0^{\pi/4} \sin^2 x \cos^4 x dx \text{ et } B = \int_0^{\pi/4} \cos^2 x \sin^4 x dx.$$

(15 points)

- 1°) Calculez: a) A+B.
b) A-B

2°) Déduisez les valeurs de A et B.

20. Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie

$$\text{par : } f(x) = \frac{2x^2 + 4x + 5}{x^2 + 1}.$$

1°) Quel est son ensemble de définition D_f ?

2°) Déterminez les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition et déduisez-en l'équation de l'éventuelle asymptote à la courbe C_f représentative de la fonction f .

3°) Étudiez le sens de variations de la fonction f et dressez son tableau de variations.

(15 points)

4°) Trouvez les coordonnées des points d'intersection de la courbe C_f avec les axes de coordonnées.

5°) Trouvez les coordonnées du point d'intersection de la courbe C_f avec la droite d'équation $y=2$.

6°) Construisez la courbe C_f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

[Unité sur les axes de coordonnées : 1cm]